第3章　敘述統計(II)—統計量數

觀念題

1. 依皮氏經驗法則，知 $\overline{X}$ 約為 4.5，且資料分配呈左偏。

2. 枝葉圖除了具有直方圖的功用外，尚可看出實際的觀察值，可提供更多的資訊。

3. 計算 z 分數，得 z (期中) $= 1.081$， z (期末) $= -0.27$，故期末考成績退步了。

4. Chebyshev 定理：

(1) 限制：只能說出「多少比例以上」

(2) 用途：可適用於任何形狀的資料分配

經驗法則：

(1) 限制：只適用於對稱分配的資料

(2) 用途：可較具體告訴我們「約有多少比例」的訊息

5. 請參閱第 3.5 節

6. (1) 單位不同的資料

(2) 單位相同但平均數相差很大的資料

7. 中位數為 44 分，表示有 500 名學生之英文成績低於 44 分。而平均成績 45.5 分比 44 分高，故另 500 名高於 44 分的學生中必有成績較高者。

8. 統計學標準差(8)與經濟學標準差(7.5)非常接近，故兩科分數的離散程度(或分布狀況)大致一樣。但統計學平均成績(78)高於經濟學平均成績(72)，大致而言，顯示該班統計學較佳。

9. 對稱分配。

10. 該生之平均成績為：

$$\sqrt{\frac{38025}{5}-13.5^2}=\sqrt{7605-182.25}=86\,(\text{分})$$

11. 從甲與乙所測得之資料，我們可知眾數 = 5，又已知資料呈右偏分配，因此得知平均數大於眾數及中位數，且中位數亦大於眾數；因此可知平均數 = 10.7，中位數 = 6.3。

12. (a) 否；該組資料為正數時，其所得之統計量數，絕不可能產生負值。

(b) 是

(c) 否；在對稱分配時會產生三點合一之圖形，則是平均數、眾數、中位數皆相等。

(d) 是

(e) 否；設資料組合為：$-5,\ 0,\ 0,\ 1, 1, 5$，
則該組資料的全距 = 10，中位數 = 眾數 = 平均數 = 0
但當該組資料呈倍數成長時，得 $-20, 0, 0, 4, 4, 20$，其全距 = 40，中位數 = 眾數 = 平均數 = 0

(f) 否；設兩組資料的平均數皆為正數，且甲組的平均數小於等於乙組的平均數，那麼當甲組的變異數大於乙組時，甲組的變異係數必大於乙組。

(g) 是；設一組資料為：$5, 9, 9, 13$ 資料組為單峰對稱分配，其算術平均數 = 9，而幾何平均數 = 8.52，由此可知算

94.6.7 三校

術平均數必大於幾何平均數。

計算與應用題

1. (a) $\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{n}=\dfrac{1}{5}(4+7+3+6+9)=5.8$

由小到大排列為： $3,4,6,7,9$

$n=5$ 為奇數，第 $\dfrac{5+1}{2}=3$ 位置之數值： 6 為中位數，該組資料中各數皆僅出現一次，故眾數不存在。

(b) $\overline{x}=\dfrac{1}{6}(24+28+36+30+24+29)=28.5$

由小到大排列為： $24,24,28,29,30,36$

$n=6$ 為偶數第 $\dfrac{6}{2}=3$ 與第 4 位數值平均數 $\dfrac{28+29}{2}(=28.5)$ 為中位數

該組資料中 24 出現 2 次最多，故眾數為 24。

(c) $\overline{x}=\dfrac{1}{7}(-2+1-1+0+3-2+1)=0$

資料由小至大為： $-2,-2,-1,0,1,1,3$

$n=7$ 為奇數

故第 $\dfrac{7+1}{2}=4$ 位數值 $(=0)$ 為中位數。

該資料中 -2 與 1 均出現 2 次，故眾數為： -2 與 1

2. (a) $\overline{x}=60.36,\ s=18.61$

(b) 中位數 $=62$， $Q_1=46$， $Q_3=75$

(c) $P_{35}=53$； $P_{40}=\dfrac{55+56}{2}=55.5$

(d) $k=\dfrac{45}{50}\times 100=90 \longrightarrow$ 第 90 個百分位數

檢驗

k	$i=\dfrac{n}{100}\times k$	P_k
88	44	$(82+83)/2=82.5$
89	44.5	83
90	45	$(83+85)/2=84$

(e) $\alpha=4\%$

表示截掉左右兩端各二個 $(50\times 4\%=2)$，即截掉 $22,25,92,96$

$\therefore\ \overline{X}_{0.04}=60.5$

3. 全部學生的總平均成績

$$\overline{x}=\frac{n_1\overline{x}_1+n_2\overline{x}_2+n_3\overline{x}_3+n_4\overline{x}_4+n_5\overline{x}_5}{\sum_{i=1}^{5}n_i}$$

$$\left(\text{or}\frac{\sum_{i=1}^{5}n_i\overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{5}n_i}\right)=\frac{15629.94}{213}=73.38$$

4. 該資料由小至大為：

1， 3， 4， 5， 5， 6， 7， 8， 9

(a) 最大值 $=9$

(b) 最小值 $=1$

(c) $i=9\times\dfrac{1}{4}=2.25$

$Q_1=$ 第 3 位數值 $=4$

(d) $n=4$ 為奇數

中位數為第 $\dfrac{9+1}{2}=5$ 位數值 $=5$

94.6.7 三校

(e) $i = 9 \times \dfrac{3}{4} = 6.75$

$Q_3 =$ 第 7 位數值 $= 7$

(f) 平均數 $= \dfrac{1}{9}(1+3+4+5+5+6+7+8+9) = \dfrac{48}{9} = 5.3333$

(g) 全距 = 最大值 − 最小值 = 9 − 1 = 8

(h) 四分位距 $= Q_3 - Q_1 = 7 - 4 = 3$

(i) $MAD = \dfrac{\sum_{i=1}^{9} |x_i - \overline{x}|}{9} = \dfrac{17.3333}{9} = 1.9256$

(j) 變異數 $= \dfrac{\sum x_i^2 - n \cdot \overline{x}^2}{n} = \dfrac{306 - 255.9680}{9} = 5.5591$

(k) 標準差 $= \sqrt{\text{變異數}} = 2.3578$

(l) 變異係數 $= \dfrac{\text{標準差}}{\text{平均數}} \times 100\% = 0.4421 \times 100\% = 44.2\%$

5. $n = 25$ $\overline{x} = 165.3$ $s = 7.1$

令 $\overline{x}'$ 表 24 名男生之平均身高

令 $\overline{s}'$ 表 24 名男生之標準差

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{n} = \frac{145.2 + 24 \times \overline{x}'}{25} = 165.3$$

$$\overline{x}' = \frac{25 \times 165.3 - 145.2}{24} = 166.1375$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i^2 - 25 \cdot \overline{x}^2}{25} = 50.41 \ \Rightarrow \ \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 684362.5$$

$$s'^2 = \frac{\sum_{i=1}^{24} x_i^2 - 24 \cdot \overline{x}'^2}{24}$$

$$\sum_{i=1}^{24} x_i^2 = \sum_{i=1}^{25} x_i^2 - 145.2^2 = 684362.5 - 21083.04 = 663279.46$$

$$\therefore s'^2 = \frac{663279.46 - 662440.0537}{24} = 34.9753$$

6. 設 $\overline{x}_A$ 表 A 組平均成績 $(=80)$

$\overline{x}_B$ 表 B 組平均成績 $(=74)$

$\overline{x}$ 表全班平均成績

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{50} x_i}{50} = \frac{30 \cdot \overline{x}_A + 20 \cdot \overline{x}_B}{50} = 77.6$$

設 s_A 表 A 組標準差 $(=6)$

s_B 表 B 組標準差 $(=8)$

s 表全班標準差

$$s_A^2 = 36 = \frac{\sum_{i=1}^{30} x_{A_i}^2 - 30 \cdot \overline{x}_A^2}{30} \Rightarrow \sum_{i=1}^{30} x_{A_i}^2 = 193080$$

$$s_B^2 = 64 = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_{B_i}^2 - 20 \cdot \overline{x}_B^2}{20} \Rightarrow \sum_{i=1}^{20} x_{B_i}^2 = 110800$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{50} x_i^2 - 50\overline{x}^2}{50} \text{ 其中} \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = \sum_{i=1}^{30} x_{A_i}^2 + \sum_{i=1}^{20} x_{B_i}^2$$

$$= \frac{303880 - 301088}{50} = 55.84$$

$$\therefore \quad s = \sqrt{55.84} = 7.4726$$

94.6.7 三校

7. $\overline{x}=\dfrac{\sum x_i}{n}=15.5$

$s^2=\dfrac{\sum x_i^2-n\overline{x}^2}{n-1}=\dfrac{2551-2402.5}{10-1}=16.5$

8. $\overline{x}=60.36,\ \ s=18.61$

(a) $\overline{x}\pm 2s \Longrightarrow (23.14,\ 97.58)$

落於此區間的觀測值之百分比為 $\dfrac{49}{50}=98\%$

依據 Chebyshev's 定理，至少有 75%落於 $\overline{x}\pm 2s$ 區間內，因此，實際的比例符合 Chebyshev 定理的說法。

(b) 依據經驗法則，約有 95%落於 $\overline{x}\pm 2s$ 區間內，因此，實際的比例亦頗符合經驗法則。

9. (a) $n=1080$

平均 $IQ=120$　　標準差 $=8$

$\dfrac{810}{1080}=\dfrac{3}{4}=1-\dfrac{1}{4}=1-\dfrac{1}{2^2}$

由 Chebyshev's 定理知至少 810 個學生 IQ 會落入 $(\overline{x}\pm 2s)=(120\pm 16)=(104,\ 136)$

$\dfrac{120}{1080}=\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{3^2}$

$\therefore$ 在 $(-\infty,\ \overline{x}-3s)$ 與 $(\overline{x}+3s,\ \infty)$ 內最多包含 120 個學生的 IQ 分數 $\Rightarrow (-\infty,\ 96)$ 與 $(144,\ \infty)$ 內至多含 120 個學生 IQ

(b) 設學生 IQ 呈鐘形分配則

約有 95%的 IQ 值會落入 $(104, 136)$ 內

約有 $1-99.7\%=0.3\%$ 的 IQ 值落入 $(-\infty, 96)\cup(144,\ \infty)$ 內

即：

約 $1080\times 95\%=1026$ 學生 IQ 在 $(104, 136)$ 之間

　$1080\times 0.3\%=3$ 學生 IQ 在 $(-\infty,\ 96)\cup(144,\ \infty)$ 內

10. $n = 1100$

$$\begin{array}{ccc} \times & | & \times \\ 135 & 175 & 215 = 175 + 4 \times 10 \end{array}$$

$\because$ $215 = 175 + 4 \times 10$ 且 $215 = (-\infty, 135) \cup (215, \infty)$

由 Chebyshev's 定理知最多 $\dfrac{1}{4^2}$ 的報考人分數會落入 $(-\infty, 135) \cup (215, \infty)$

$1100 \times \dfrac{1}{16} = 68.75 \Rightarrow$ 最多 68 人高於 215 分 (即該考生成績)

$\therefore$ 該生會考取

11. (a) 資料由小至大排列：

5， 7， 8， 9， 9， 10　　　　　$\overline{x} = 8$

$c = 4 \Rightarrow$ 新資料為： 9， 11， 12， 13， 13， 14

$\overline{x}' = 12 = 4 + 8$——新資料平均數

$k = 2 \Rightarrow$ 新資料為： 10， 14， 16， 18， 18， 20

$\overline{x}'' = 2 \times 8 = 16$

(b) 及資料中位數為第 $\dfrac{6}{2}$ 和 $\dfrac{6+2}{2}$ 位數值之平均數即： $\dfrac{8+9}{2} = 8.5$

$c = 4$ 時，新資料： 9, 11, 12, 13, 13, 14 之中位數仍為第 3 及第 4 位數值之平均數 ($\because$ 資料個數不變)

即 $\dfrac{12+13}{2} = 12.5 = 4 +$ 原來的中位數 (8.5)

$k = 2$ 時，新資料： 10， 14， 16， 18， 18， 20 之中位數亦為第 3、 4 位數值之平均數，即 $\dfrac{16+18}{2} = 17 = 2 \times 8.5$

原資料之眾數為： 9

$c = 4$ 時　眾數 $= 13 = 4 +$ 原來資料的眾數

$k = 2$ 時　眾數 $= 18 = 2 \times$ 原來資料的眾數

94.6.7 三校

12. 原來資料的平均數 $=\frac{1}{6}(5+9+9+8+10+7)=8$

原來資料的變異數 $=\dfrac{\sum x_i^2-n\cdot\overline{x}^2}{n-1}$

$=\dfrac{400-384}{5}=3.2$ (若為樣本資料)

原來資料的標準差 $=\sqrt{3.2}=1.7889$

$c=4$ 新資料為： 9, 13, 13, 12, 14, 11

新資料的平均數 $=12$

新資料的變異數 $=\dfrac{\sum x_i^2-n\overline{x}^2}{n-1}=\dfrac{880-6\times 12^2}{5}=3.2$

新資料的標準差 $=1.7889$

$k=2$ 新資料為： 10， 18， 18， 16， 20， 14

新資料的平均數 $=16$

新資料的變異數 $=\dfrac{\sum x_i^2-n\overline{x}^2}{n-1}=\dfrac{1600-6\times 16^2}{5}=12.8$

$=k^2\times$ 原來資料的變異數

新資料的標準差 $=\sqrt{12.8}=3.5778$

$=|k|\times$ 原來資料的標準差

13.

組　界	次數 (f_i)	組中點 (x_i)	$f_i\times x_i$	累積次數
0– 5	7	2.5	17.5	7
5– 10	7	7.5	52.5	14
10– 15	6	12.5	75	20
15– 20	9	17.5	157.5	29
20– 25	6	22.5	135	35
總　計	35		437.5	

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{n} = \frac{437.5}{35} = 12.5$$

中位數為第 $\frac{n}{2}$ 項的數值

$\frac{35}{2} = 17.5 > 14$ (累積次數) ⇒ 中位數在 10～ 15 中

中位數 $= 10 + \frac{17.5 - 14}{6} \times (15 - 10) = 12.9167$

∵ 15～20 組中，組次數 = 9 大於其他組次數或該組即眾數組

(1) 金氏法：

$$\text{眾數} = \text{眾數組下組界} + \text{組距} \times \frac{\text{後組次數}}{\text{前組次數} + \text{後組次數}}$$

$$= 15 + (20 - 15) \times \frac{6}{6 + 6} = 17.5$$

(2) 克氏法：

$$\text{眾數} = \text{眾數組下組界} + \text{組距} \times \frac{\text{組次數} - \text{前組次數}}{2 \times \text{組次數} - \text{前組次數} - \text{後組次數}}$$

$$= 15 + (20 - 15) \times \frac{9 - 6}{2 \times 9 - 6 - 6} = 17.5$$

(3) 皮爾生法：

$$\text{眾數} \approx \overline{x} - 3(\overline{x} - \text{中位數}) = 12.5 - 3(12.5 - 12.9167)$$

$$= 13.7501$$

14. (a) 變異數 $= \frac{\sum x_i^2 - n \cdot \overline{x}^2}{n - 1} = \frac{7168.75 - 5468.75}{34} = 50$

標準差 $= \sqrt{50} = 7.0711$

(b) 變異係數 $= \frac{\text{標準差}}{\text{平均數}} \times 100\% = \frac{7.0711}{12.5} \times 100\%$

$= 56.5688\%$

94.6.7 三校

(c) 四分位距 $= Q_3 - Q_1$

$$i = 35 \times \frac{3}{4} = 26.25 > 20\,(\text{累積次數})$$

$$Q_3 = 15 + \frac{26.25-20}{9} \times (20-15) = 18.4722$$

$$i = 35 \times \frac{1}{4} = 8.75 > 7\,(\text{第 1 組累積次數})$$

$$Q_3 = 5 + \frac{8.75-7}{7} \times (10-5) = 6.25$$

四分位距 $= 18.4722 - 6.25 = 12.2222$

15.

汽　油	組　界	組中點 (x_i)	次數 (f_i)	f_ix_i	累積次數	$f_ix_i^2$
0− 4	−0.5− 4.5	2	74	148	74	296
5− 9	4.5− 9.5	7	192	1344	266	9408
10− 14	9.5−14.5	12	280	3360	546	40320
15− 19	14.5−19.5	17	105	1785	651	30345
20− 24	19.5−24.5	22	23	506	674	11132
25− 29	24.5−29.5	27	6	462	680	4374
總　計			680	7305		95875

(a) 平均數 $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} f_ix_i}{n} = \dfrac{7305}{680} = 10.7426$

(b) 變異數 $= \dfrac{\sum f_ix_i^2 - n\overline{x}^2}{n-1} = \dfrac{95875 - 78474.3492}{679} = 25.6269$

(c) $i = 680 \times \dfrac{3}{4} = 510 > 266\,(\text{第 2 組累積次數})$

$$Q_3 = 9.5 + \frac{510-266}{280} \times (14.5-9.5) = 13.8571$$

$$i = 680 \times \frac{1}{4} = 170 > 74$$

$$Q_1 = 4.5 + \frac{170-74}{192} \times (9.5-4.5) = 7$$

四分位距 $= 13.8571 - 7 = 6.8571$

(d) $i = 680 \times \dfrac{35}{100} = 238 > 74$ (第 1 組累積次數)

$$P_{35} = 4.5 + \frac{238 - 74}{192} \times (9.5 - 4.5) = 8.7708$$

(e) 眾數組為 $9.5 - 14.5$

(1) 金氏法：

$$\text{眾數} = \text{眾數組下組界} + \text{組距} \times \frac{\text{後組次數}}{\text{前組次數} + \text{後組次數}}$$

$$= 9.5 + (14.5 - 9.5)\frac{105}{192 + 105} = 11.2677$$

(2) 克氏法：

$$\text{眾數} = \text{眾數組下組界} + \text{組距} \times \frac{\text{組次數} - \text{前組次數}}{2 \times \text{組次數} - \text{前組次數} - \text{後組次數}}$$

$$= 9.5 + (14.5 - 9.5)\frac{280 - 192}{560 - 192 - 105} = 11.1730$$

(3) 皮爾生法：

$$\text{眾數} \approx \overline{x} - 3(\overline{x} - \text{中位數})$$

$$i = 680 \times \frac{1}{2} = 340 > 266 \text{ (第 2 組累積次數)}$$

$$M_e = 9.5 + \frac{340 - 266}{280}(14.5 - 9.5) = 10.8214$$

$$\therefore \text{眾數} = 10.7426 - 3 \cdot (10.7426 - 10.8214)$$
$$= 10.5062$$

16.

組界	x_i 組中點	次數 A	次數 B	f_ix_i A	f_ix_i B	累積次數 A	累積次數 B
40－45	42.5		1		42.5		1
45－50	47.5		2		95		3
50－55	52.5	1	2	52.5	105	1	5
55－60	57.5	1	2	57.5	115	2	7
60－65	62.5	4	3	250	187.5	6	10
65－70	67.5	17	5	1147.5	337.5	23	15
70－75	72.5	12	15	870	1087.5	35	30
75－80	77.5	7	4	542.5	310	42	34
80－85	82.5	4	2	330	165	46	36
85－90	87.5	3		262.5		49	
90－95	92.5	1		92.5		50	
總計		50	36	3605	2245		

$$\overline{x}_A = \frac{3605}{50} = 72.1 \qquad \overline{x}_B = \frac{2445}{36} = 67.9167$$

$$s_A^2 = 63.1020 \qquad s_B^2 = 96.2500$$

$$s_A = 7.9437 \qquad s_B = 9.8107$$

$\overline{x}_A > \overline{x}_B \;\Rightarrow\; A$ 班較優

$s_B > s_A \;\Rightarrow\; B$ 班成績較為參差不齊

17. (a)

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \overline{x} = n \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \sum_{i=1}^{n} \overline{x}$$

$$= n \cdot \overline{x} - n\overline{x} = 0$$

(b) A 為任意值

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - A)^2 - \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2Ax_i + A^2) - \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2\overline{x}x_i + \overline{x}^2)$$

$$= -2A\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} A^2 + 2\overline{x}\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \overline{x}^2$$

$$= -2nA\overline{x} + nA^2 + 2n\overline{x}^2 - n\overline{x}^2 \quad \left(\because \sum_{i=1}^{n} x_i = n\overline{x}\right)$$

$$= -2nA\overline{x} + nA^2 + n\overline{x}^2$$

$$= n(A^2 - 2A\overline{x} + \overline{x}^2) = n(A - \overline{x})^2 \geq 0$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n}(x_i - A)^2 \geq \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

18. $n = 50$

(a) $i = 50 \times \dfrac{1}{2} = 25$

① $M_e = \dfrac{第\,25\,位數值 + 第\,26\,位數值}{2}$

$= \dfrac{4.50 + 4.51}{2}$

$= 4.505$

$i = 50 \times \dfrac{1}{4} = 12.5$

② $Q_1 =$ 第 13 位數值 $= 4.30$

$i = 50 \times \dfrac{3}{4} = 37.5$ 為整數

③ $Q_3 =$ 第 38 位數值 $= 4.70$

(b) $i = 50 \times \dfrac{90}{100} = 45$ 為整數

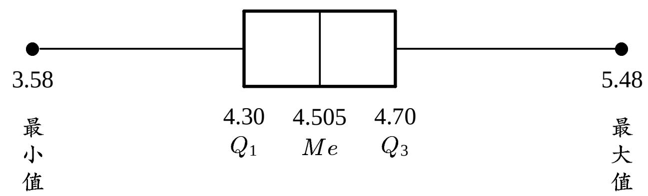
$P_{90} = \dfrac{第\,45\,位數值 + 第\,46\,位數值}{2} = \dfrac{4.80 + 5.07}{2}$

$= 4.935$

(c) $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{n} = \dfrac{225.37}{50} = 4.5074$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\overline{x}^2}{n-1}} = 0.3681$$

(d)



19. (a) 平均數 $\mu = 76.5$ (萬元)，中位數 $= \dfrac{(83+86)}{2} = 84.5$(萬元)
眾數 $= 95$ (萬元)

(b) 平均數被極小值 30 拉低了，而眾數出現在最高值 95，故此組資料為左偏的分配；在偏態分配的資料中，以中位數較具集中趨勢的代表性。

20. $\overline{x} = 78,\ \ s = 9.35$

成績	82	77	86	66	73	95	70	75
z 分數	0.428	−0.107	0.856	−1.284	−0.535	1.818	−0.856	−0.321

21. (a) $\overline{x} = 11$ (b) $s = 2.5$ (c) $x - \overline{x} = 14.24$

22. (a) $Q_1 = 8.5,\ \ Q_3 = 16.5$，中位數 $= 14.5$

(b) $IQR = 16.5 - 8.5 = 8$

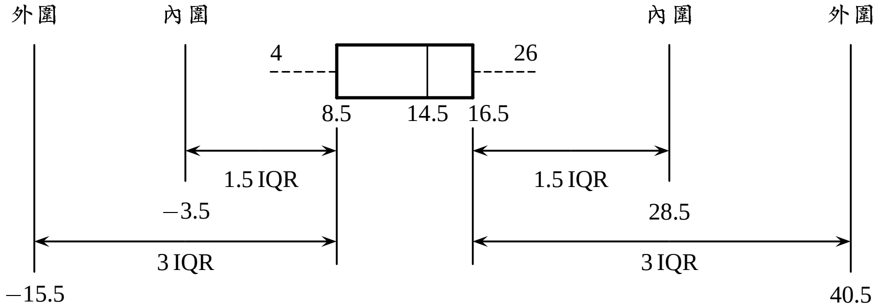
(c) $1.5(IQR) = 12,\ \ 3(IQR) = 24$

所以

內圍值為 $\begin{cases} 8.5 - 12 = -3.5 \\ 16.5 + 12 = 28.5 \end{cases}$

外圍值為 $\begin{cases} 8.5 - 24 = -15.5 \\ 16.5 + 24 = 40.5 \end{cases}$

其箱形圖如下：



由此可知，此組資料不存在任何界外值。

23. 枝葉圖為：

4	2	4					
5	3	6	8				
6	1	2	2				
7	5	6	7	8	9		
8	2	4	4	5	8	9	9
9	3	5	6	7	8		

24. 期中與期末考成績和之枝葉圖為：

9	5	8						
10	6							
11	5	5	9					
12	6							
13	1	3	5	6	7	8		
14	3	4	4	5	5	7		
15	2	4	7	8				
16	0	1	2	2	2	5	6	7
17	1	4	6	8	8			
18	2	4						
19	0	4						

94.6.7 三校

25. $\overline{X} = 79.125$，去除掉 60 與 92，

$$\overline{X}_{0.1} = \frac{1}{6}(75 + 79 + 80 + 82 + 82 + 83) = 80.17$$

26. (a) 算術平均數 $\overline{X} = \dfrac{83.52}{20} = 4.176$

眾數 $M_0 = 4.25$

中位數 $M_e = \dfrac{4.22 + 4.24}{2} = 4.23$

(b) 第 10 百分位數：$20 \times 0.1 = 2$(nd)，故 $P_{10} = 3.98$

第 90 百分位數：$20 \times 0.9 = 18$(th)，故 $P_{90} = 4.27$

(c) 全距 $R = 4.36 - 3.97 = 0.39$

第一個四分位數：$20 \times 0.25 = 5$(th)，故第一四分位數 $Q_1 = 4.09$。

第三個四分位數：$20 \times 0.75 = 15$(th)，故第三四分位數 $Q_3 = 4.25$。

四分位全距 $IQR = Q_3 - Q_1 = 4.25 - 4.09 = 0.16$

(d) 變異數 $S^2 = \dfrac{\sum(x - \overline{X})^2}{n-1} = \dfrac{0.23548}{20-1} = 0.0124$

變異係數 $CV = \dfrac{\sqrt{0.0124}}{4.176} = 0.0267$

(e) 動差法：$M_2 = \dfrac{1}{N}(X_i - \mu)^2 = 0.01177$

$M_3 = \dfrac{1}{N}\sum(X_i - \mu)^3 = -0.00065$

偏態量數 $\alpha_3 = \dfrac{M_3}{(\sqrt{M_2})^3} = -0.51 < 0 \Rightarrow$ 為稍微左偏分配

94.6.7 三校

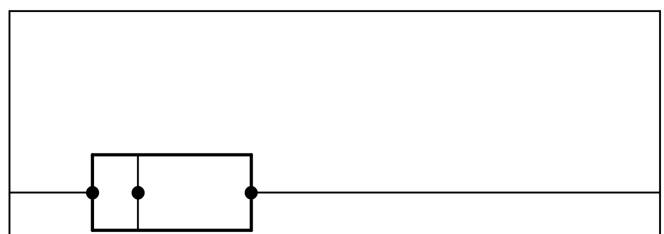
(f) $M_4 = \frac{1}{N}\sum(X_i - \mu)^4 = 0.0003$

峰態量數 $\alpha_4 = \frac{M_4}{M_2^2} = 2.164 < 3 \Rightarrow$ 為平闊峰

27. 從盒鬚圖中我們可得知最小值、第一個四分位數 (Q_1)、中位數 (M_e)、第三個四分位數 (Q_3) 以及最大值等 5 個量數。而由上表中可知其最小值為 73.1、最大值為 1030，中位數為 278.7、 $Q_1 = 206$、 $Q_3 = 451$，因此其四分位距 $IQR = Q_3 - Q_1 = 451 - 206 = 245$、內圍值 (inner fences) 為： -161.5 與 818.5 (內圍值 $= Q_1 - 1.5IQR$ 或 $Q_3 + 1.5IQR$)、外圍值 (outer fences) 為： -529 與 1,186 (外圍值 $= Q_1 - 3IQR$ 或 $Q_3 + 3IQR$)。

大肚鄉的測量值 1,030 噸的鐵鋁罐回收，資料落在外圍與內圍之間，視為是平穩界外值 (mild outlier)，因此對資料群不會有太大的影響。且由下圖圖形之呈現，盒鬚圖中的箱子位於靠左的位置，右尾較長，故為右偏分配。

盒鬚圖



28. (a) 總平均所得 $= \frac{240 \times 200 + 160 \times 150}{240 + 160} = 180$ (萬元)

94.6.7 三校

(b) 變異數

$$= \frac{(240-1)50^2+(160-1)50^2+240(200-180)^2+160(150-80)^2}{240+160-1}$$

$= 3095$

標準差 $= \sqrt{3095} = 55.63$ 萬元

(c) 醫師的變異係數 $CV = \dfrac{50}{200} = 0.25$

教師的變異係數 $CV = \dfrac{50}{150} = \dfrac{1}{3} = 0.33$

故知教師的所得差異較大。

(d) 均為右偏分配，醫師的偏態量數為 $\dfrac{200-120}{50} = 1.6$，教師的偏態量數為 $\dfrac{150-100}{50} = 1$，因此醫師所得的分配較為偏態。

94.6.7 三校